"ДИССИПАТИВНАЯ" НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ В НЕЛИНЕЙНЫХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

В.Е.Захаров

Хорошо известно [1–3], что плоская волна в нелинейной самофокусирующей среде неустойчива. В настоящей работе мы покажем, что при учете конечного времени релаксации нелинейности волна оказывается неустойчивой также и в дефокусирующей среде. Кроме того, введение конечного времени релаксации существенно изменяет характер неустойчивости плоской волны в самофокусирующей среде.

Запишем уравнения для эйконала Φ и амплитуды A волны (см.[3])

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{\text{гр}} \frac{\partial}{\partial x}\right)\Phi + \frac{\omega_k''}{2}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \frac{v_{\text{гр}}}{2k_0}(\nabla_\perp \Phi)^2 =$$

$$= -qp + \frac{1}{2A}\left(\omega_k'' \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{v_{\text{гр}}}{k_0}\Delta_\perp A\right),$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{\text{гр}} \frac{\partial}{\partial x}\right)A^2 + \omega_k'' \frac{\partial}{\partial x} A^2 \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{v_{\text{гр}}}{k_0}(\nabla_\perp A^2 \nabla_\perp \Phi) = 0. \quad (1)$$

Здесь $q = -\omega^2 \epsilon_2 / (\omega^2 \epsilon \omega)'$, p – поляризация, подчиняющаяся релаксационному уравнению (см. [4])

$$-L \frac{\partial p}{\partial x} + p = A^2, \quad L = \tau v_{\text{гр}},$$

τ – характерное время релаксации. Для керровского механизма нелинейности величина L имеет порядок ~ 1 *мм*.

Линеаризуем уравнения (1) на фоне плоской волны с амплитудой A_0 и положим, что возмущения всех величин пропорциональны множителю $\exp[-i\Omega t + i(kr)]$, получим дисперсионное уравнение

$$(\Omega - k_x v_{\text{гр}})^2 = (\omega_k'')^2 \xi^2 \left[\frac{1}{4}\xi^2 \pm \frac{k_0^2}{1 - ik_x L}\right], \qquad (2)$$

$$\xi^2 = k_x^2 + \frac{v_{\text{гр}}}{k_0 \omega_k''} k_\perp^2, \quad k_0^2 = \frac{|q| A_0^2}{\omega_k''},$$

k_0 – характерный обратный размер самофокусированного пучка с амплитудой A_0. Положительный знак в формуле (2) соответствует дефокусирующей, а отрицательный – самофокусирующей среде. Наличие мнимой части в формуле (2) указывает на существование неустойчивости независимо от величины k и знака q.

Характерным параметром задачи является величина $k_0 L$. Рассмотрим случай $k_0 L \ll 1$. В дефокусирующей среде для этого случая максимум инкремента лежит в области $k \sim 1/L$ и имеет порядок $\gamma_{max} \sim \sim q A_0^2$ – то есть тот же порядок, что и сдвиг частот плоской волны за счет нелинейности. В самофокусирующей среде инкремент неустойчивости имеет два максимума. Первый расположен в области $k \sim k_0$ – это есть обычная неустойчивость плоской волны [1,2], конечность релаксации оказывает на нее слабое влияние. Второй максимум лежит в области $k \sim 1/L$ – неустойчивость здесь имеет тот же характер, что и для дефокусирующей среды. В обоих максимумах инкремент имеет порядок $\gamma \sim q A_0^2$.

В случае $k_0 L \gg 1$ самофокусирующая и дефокусирующая среда ведут себя сходным образом. Максимум инкремента лежит в области $k_x \sim 1/L$, $k \sim k_0$ и имеет тот же порядок $\gamma \sim q A_0^2$.

Появление дополнительных неустойчивостей при учете конечного времени релаксации можно объяснить следующим образом. При $\tau = 0$ уравнения (1) суть уравнения гидродинамического типа; они имеют интегралы движения:

$$M = \int A^2 d\mathbf{r}, \quad \mathbf{p} = \int A^2 \nabla\Phi \, d\mathbf{r},$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}\int \left\{ A^2 \left[\omega_k''\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \frac{v_{\text{гр}}}{k_0}(\nabla_\perp\Phi)^2\right] + \left[\omega_k''\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{v_\perp}{k_0}(\nabla_\perp A)^2\right] + \frac{q}{2}A^4 \right\} d\mathbf{r}.$$

Эти интегралы могут быть отождествлены с гидродинамическими интегралами "массы", "импульса" и "энергии". Учет конечного времени релаксации приводит к тому, что величины "импульса" и "энергии" уже не сохраняются – таким образом, учет конечного времени релаксации эквивалентен введению некоторого механизма диссипации, сохраняющего, впрочем, истинную энергию светового поля – интеграл "массы". Отсюда следует, что полученную выше неустойчивость можно сравнить с "диссипативными" неустойчивостями в гидродинамике и плазме, возникающими при учете [5,6] малых диссипативных членов (например, вязкостью). Как и в нашем случае, максимальный инкремент этих неустойчивостей может не зависеть от величины диссипации [6].

Рассмотрим, к каким последствиям может привести "диссипативная" неустойчивость. При $k_0 L \ll 1$ действительная часть частоты Ω в области максимального инкремента много больше мнимой, и можно ожидать развития на фоне плоской волны "слабой турбулентности" волн модуляции с характерной длиной порядка L; фазы этих волн хаотизируются. В конечном итоге это должно привести к уширению линии до величины $\Delta\omega \sim \omega(1/kL)$ $(2\pi/L$ – длина волны света), а также к появлению дополнительных коллективных диссипативных эффектов для движений с размером порядка $1/k_0$.

В случае $k_0 L \gg 1$ действительная и мнимая части частоты в области максимального инкремента имеют один порядок. При этом возникали сильная турбулентность светового поля; на начальном этапе она приведет к образованию световых сгустков с продольным размером L и поперечным – $1/k_0$. Учет конечной диссипации приводит также к тому, что стационарный самофокусированный пучок должен разбиваться на сгустки длиной порядка L.

Автор выражает благодарность Р.З.Сагдееву за обсуждение.

Новосибирский государственный университет

Поступило в редакцию 30 января 1968 г.

Литература

[1] В.И.Беспалов, В.И.Таланов. Письма ЖЭТФ, 3, 473, 1966.

[2] А.Г.Литвак, В.И.Таланов. Изв. высш. уч. зав., Радиофизика, 10, 539, 1967.

[3] В.Е.Захаров. ЖЭТФ, 53, 1735, 1967.

[4] С.А.Ахманов, А.П.Сухоруков, Р.В.Хохлов. ЖЭТФ, 51, 296, 1966.

[5] Линь Цзя-Цзяо. Теория гидродинамической устойчивости. ИИЛ, М., 1958.

[6] С.С.Моисеев, Р.З.Сагдеев. ЖЭТФ, 44, 763, 1963.