Письма в ЖЭТФ, том 21, вып. 1, стр. 9 – 12 5 января 1975г.

СВЕРХЗВУКОВОЙ КОЛЛАПС ЛЭНГМЮРОВСКИХ ВОЛН

Л.М.Дегтярев, В.Е.Захаров

1. Явление коллапса [1 – 5] лэнгмюровских волн играет фундаментальную роль в физике плазменной турбулентности и во многих случаях определяет механизм передачи энергии от лэнгмюровских волн к частицам плазмы. Наиболее принципиальным вопросом в теории коллапса является вопрос о режиме сильного сжатия лэнгмюровских каверн, при котором плотность энергии колебаний в них $\left(w = \dfrac{E_0^2}{4\pi}\right)$ меняется в пределах от $w_0 = \dfrac{m}{M} nT$ до $w_{max} \sim nT$, после чего происходит затухание Ландау или пересечение электронных траекторий.

Лэнгмюровский коллапс описывается системой уравнений [1]

$$\Delta(2i\,\psi_t + \Delta\psi) = \operatorname{div} n\, \nabla\psi\,, \tag{1}$$

$$n_{tt} - \Delta n = \Delta|\nabla\psi|^2. \tag{2}$$

Здесь $n = \frac{3}{8}\,\frac{\delta n}{n_0}\,\frac{M}{m}$ – безразмерная вариация плотности плазмы $t = \frac{4}{3}\,\frac{m}{M}\,\omega_p t$, $\mathbf{r} = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{m}{M}}\,\frac{\mathbf{r}}{r_D}$.– безразмерные координаты, ψ – огибающая высокочастотного потенциала

$$\nabla\phi = \frac{8}{3}\left(2\pi n_0 T_e \frac{m}{M}\right)^{1/2} \operatorname{Re}\nabla\psi\, e^{i\omega_p t}.$$

Для движений с характерными пространственно временными масштабами L, τ, удовлетворяющими условиям

$$\begin{gathered} 1 >> L >> \tau \\ 1 >> \tau >> L^2 \end{gathered} \tag{3}$$

в уравнении (1) можно перейти к адиабатическому приближению

$$i\,\psi_t \to -\lambda_0^2(t)\,\psi\,,$$

а уравнение (2) упростить до вида

$$n_{tt} = \Delta|\nabla\psi|^2 \tag{4}$$

После этих упрощений уравнения допускают автомодельную подстановку [1]

$$\lambda^2(t) = \frac{\lambda_0^2}{(t_0 - t)^{4/3}}\,; \quad \mathbf{r} = \vec{\xi}\,(t_0 - t)^{2/3}; \quad \vec{\psi} = \frac{1}{(t_0 - t)^{1/3}}\,R(\vec{\xi})$$

$$n = (t_0 - t)^{-4/3}\,V(\vec{\xi}) \tag{5}$$

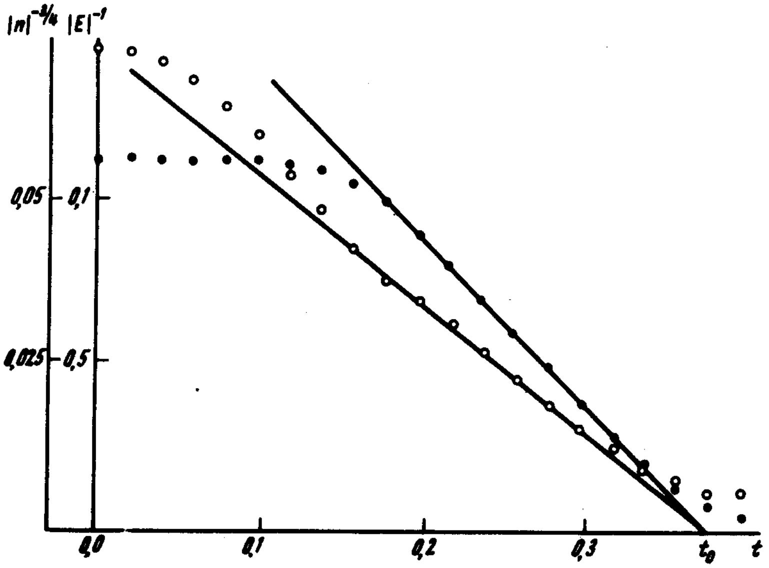
соответствующую коллапсу при $t = t_0$. Для этой подстановки $L \sim \tau^{2/3}$, и условия (3) улучшаются при $\tau \to 0$. При этом $\frac{w}{nT} \sim \frac{m}{M}\,\frac{1}{\tau^2} >> \frac{m}{M}$, т. е. интенсивность лэнгмюровских волн находится в интересующем нас интервале.

В режиме (5) характерный размер каверны Δr и характерное время ее сжатия Δt удовлетворяют условию $\Delta r/\Delta t >> c_s$ (c_s – скорость ионного звука), что позволяет говорить о сверхзвуковом лэнгмюровском коллапсе. Уравнение для величин $R(\vec{\xi})$ и $V(\vec{\xi})$ имеют решения, если потенциал R антисимметричен $R(r, z) = -R(r, -z)$. В режиме (5) при $t = t_0$ образуется особенность типа

$$|\nabla \psi|^2 = \delta(r)$$

и вся энергия, заключенная в каверне, собирается в точку.

2.Системы уравнений (1), (2) и (1) – (4) решались нами численно в аксиально-симметричной трехмерной геометрии. Ранее [5] было показано, что в рамках системы (1), (2) имеет место коллапс. Описание соответствующих постановок задач можно найти в [4, 5]. Новые численные расчеты показали, что при начальных условиях $|\nabla\psi|^2 \sim$ $\sim 10 - 20\left(\frac{\omega}{nT} \sim (10 + 20)\frac{m}{M}\right)$ поведения решения систем (1), (2) и (1) – (4) качественно не отличаются. В обоих случаях наблюдалось образование коллапсирующей каверны дипольного типа (см. [4, 5]), временная эволюция которой с хорошей точностью удовлетворяет автомодельным соотношениям (5) (см. рис. 1). Отклонение функций $|E|^{-1}(t)$ и $|n|^{-3/4}(t)$ вблизи $t = t_0$ от линейных объясняется нарушением справедливости аппроксимации дифференциальных уравнений (1) разностными схемами вблизи коллапса.



3.Коллапс развивается в результате неустойчивости лэнгмюровского конденсата. Если интенсивность конденсата $w_0 << \frac{m}{M}nT$ коллапс на первой стадии является дозвуковым $\left(\frac{\Delta r}{\Delta t} << c_s\right)$, оверхзвуковой режим начинается при $w \sim \frac{m}{M}nT$. Каверна при этом имеет размер $\Delta r \sim \sqrt{\frac{M}{m}}r_D$, и в ней содержится энергия

$$\Delta\epsilon \sim nTr_D^3\sqrt{\frac{M}{m}}.$$

Каверна автомодельно сжимается до тех пор, пока плотность энергии колебаний в ней не сравнивается с тепловой энергией ($w \sim nT$), до размера

$$r_{min} \sim \left(\frac{M}{m}\right)^{1/6} r_D .$$

В максвелловской плазме затухание Ландау волн с $k \sim 1/r_{min}$ еще экспоненциально мало, и каверна продолжает сжиматься до размеров $r < r_{min}$. При этом осцилляторные скорости электронов в ней превосходят тепловую, что приводит к необходимости учитывать электронные нелинейности. Диссипация энергии в такой каверне будет происходить за счет пересечения электронных траекторий. Если интенсивность лэнгмюровского конденсата $w_o/nT > \frac{m}{M}$ коллапс с самого начала является сверхзвуковым. Начальный размер каверны теперь $r_o \sim r_D \left(\frac{w_o}{nT}\right)^{-1/2}$,

$$\Delta\epsilon \sim nTr_D^3 \left(\frac{nT}{w_o}\right)^{1/2} .$$

Если $\frac{w_o}{nT} < \left(\ln\frac{m}{M}\right)^2$ (для дейтериевой плазмы $\frac{w_o}{nT} < 10^{-2}$) каверна по-прежнему будет излучать энергию за счет пересечения траекторий, в противном случае поглощение энергии произойдет за счет затухания Ландау при достижении каверной минимального размера $r_{min} \sim r_D$.

В плазме, имеющей ускоренные частицы (хвосты функции распределения) роль затухания Ландау в поглощении энергии каверны резко возрастает. Отметим, что лэнгмюровский коллапс сам по себе является мощным механизмом образования высокоэнергетических "хвостов".

В заключение авторы благодарят Л.И.Рудакова за многочисленные полезные обсуждения.

Институт прикладной математики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
11 октября 1974 г.

Литература

[1] В.Е.Захаров. ЖЭТФ, **62**, 1745, 1972.

[2] Л.М.Дегтярев, В.Е.Захаров, Л.И.Рудаков. Препринт ИПМ АН СССР, №35, 1974. Деп. №1449-74, ЖЭТФ, 7, №1, 1975 (в печати).

[3] В.Е.Захаров, А.Ф.Мастрюков, В.С.Сынах. Письма в ЖЭТФ, **20**, 1, 1974.

[4] Л.М.Дегтярев, В.Е.Захаров. Письма в ЖЭТФ, **20**, 6, 1974.

[5] Л.М.Дегтярев, В.Е.Захаров, Л.И.Рудаков. Препринт ИПМ АН СССР, №92, М., 1974; Phys. Rev. Lett., (в печати).