

О ФОРМЕ ИМПУЛЬСА СУПЕРФЛУОРЕСЦЕНЦИИ

И.Р.Габитов, В.Е.Захаров, А.В.Михайлов

Показано, что импульс суперфлуоресценции в лазере без зеркал имеет универсальную автомодельную форму, определяющуюся единственным параметром – временем задержки импульса.

Цель настоящей работы – построить теорию нелинейной стадии суперфлуоресценции в тех случаях, когда это явление можно описывать одномерными полуклассическими уравнениями Максвелла – Блоха, пренебрегая при этом однородным и неоднородным уширением линии. Эта теория может быть применена, например, для объяснения экспериментов по наблюдению суперфлуоресценции в пучках атомов цезия ¹.

Мы покажем, что результатом развития квантовых флуктуаций в неустойчивой инверсно-заселенной среде является формирование импульса универсальной формы, автомодельно зависящего от размеров образца и определяющегося единственным параметром — индивидуальным временем задержки τ_d . Мы будем рассматривать суперфлуоресценцию в цилиндрическом образце длины L с поперечным сечением S , удовлетворяющий условию $F = S/\lambda L \simeq 1$ (F — число Френеля, λ — длина волны). В образце распределены атомы с дипольным моментом d и плотностью n такой, что $nS\lambda \gg 1$, но $(2\pi d^2 n / \hbar \omega) \ll 1$ здесь ω — частота перехода. В безграничной инверсно-заселенной среде развилась бы неустойчивость с инкрементом $\gamma = (2\pi d^2 n \omega / \hbar)^{1/2}$. В образце конечной длины $(\gamma L / c) < \sqrt{\ln N}$ (N — полное число активных атомов) после некоторой задержки формируется импульс с характерной длительностью τ_0 порядка времени суперфлуоресценции $\tau_b \sim \tau_{SF}$ ($\tau_{SF} = c/\gamma^2 L$). Среднее время задержки (см. ^{2,3}) $\langle \tau_d \rangle = (\tau_{SF}/16) \ln^2 N$. Мы будем предполагать, что это время существенно меньше релаксационных времен T_1 , T_2 и времени неоднородного уширения линии T_2^* . В экспериментах на атомах цезия ¹ $\langle \tau_d \rangle = 10$ нс, $T_1 = 70$ нс, $T_2 = 80$ нс, $T_2^* = 32$ нс.

При сформулированных предположениях уравнения Максвелла — Блоха могут быть редуцированы до уравнений на комплексные огибающие волн, бегущих в разные стороны. Однако, для понимания физической картины явления достаточно, как мы покажем, рассмотреть только волны бегущие в одну сторону. В этом случае среда описывается уравнениями для безразмерных огибающих электрического поля $E(x, t)$, заселенности $Z(x, t)$ и поляризации $R(x, t)$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial x} = R, \quad \frac{\partial R}{\partial t} = EZ,$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = -\frac{1}{2} (ER^* + E^*R), \quad v = c\tau_{SF}/L \quad (1)$$

(мы используем нормировку принятую в ²). Уравнения (1) заданы на отрезке $0 < x < 1$ с граничным условием $E(0, t) = 0$ и начальными условиями

$$E(x, 0) = 0, \quad R(x, 0) = \rho(x), \quad Z(x, 0) = (1 - |\rho(x)|^2)^{1/2} \quad (2)$$

$\rho(x)$ — гауссова случайная функция, определяется коррелятором

$$\langle \rho(x), \rho^*(x') \rangle = \frac{4}{N} \delta(x - x'). \quad (3)$$

Решение линеаризованных ($|E| \ll 1$, $|R| \ll 1$, $|Z - 1| \ll 1$) уравнений (1) при начальных условиях (2) имеет вид

$$E(x, t) = \int_0^x dx' \rho(x') \theta(-x' + vt) I_0(2\sqrt{(x - x')(t - x/v + x'/v)}). \quad (4)$$

Здесь $I_0(\xi)$ — функция Бесселя мнимого аргумента, $\theta(x)$ — функция Хевисайда.

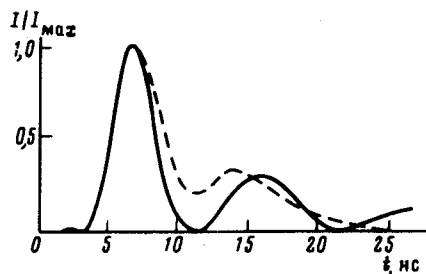
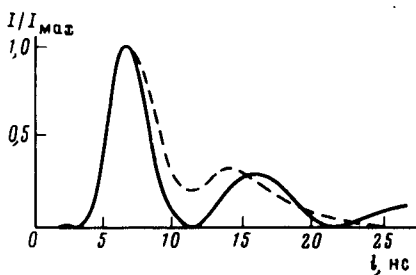
Известно (см. ⁴⁻⁶), что уравнения (1) допускают автомодельную подстановку

$$E = x \mathbb{E}(\xi), \quad R = R(\xi), \quad Z = Z(\xi), \quad \xi = 2\sqrt{x(t - x/v)}, \quad (5)$$

где $\mathbb{E}(\xi)$, $R(\xi)$, $Z(\xi)$ — однопараметрическое семейство регулярных решений системы уравнений

$$\xi \mathbb{E}_\xi + 2\mathbb{E} = 2R, \quad 2R_\xi = \xi \mathbb{E} Z, \quad 2Z_\xi = -\frac{\xi}{2} (\mathbb{E} R^* + \mathbb{E}^* R) \quad (6)$$

зависящие от параметра $\mathbb{E}_0 = \mathbb{E}|_{\xi=0}$.



Сплошная линия — автомодельное решение с $\xi_0 = 0,015$, $\tau_{SF} = 0,5$ нс. Пунктирная линия соответствует эксперименту ¹

Основным нашим результатом является утверждение, что решение линейной задачи (4) продолжается в нелинейную область автомодельным решением (5). Действительно, рассматривая асимптотику решения линеаризованной задачи при $vt \gg 1$

$$E(x, t) = \frac{2\rho(0)x}{\xi} I_1(\xi) \left[1 + 0 \left(\max \left\{ \frac{1}{v} \left(\frac{\tau_{SF}}{t} \right)^{1/2}, \frac{\rho'(0)}{\rho(0)} \left(\frac{\tau_{SF}}{\rho t} \right)^{3/4} \right\} \right) \right] \quad (7)$$

(здесь $\rho(0) \sim N^{-1/2}$ — значение начальной поляризации на краю образца) при достаточно больших временах ($t > t_{min}$; $t_{min} = \max \{ \tau_{SF}, c^2/L^2 \tau_{SF} \}$), убеждаемся, что главный член разложения является чисто автомодельным. Полагая в (7) $\xi = 0$, находим, что значение параметра $\xi_0 = \rho(0)$.

Аutomодельное решение при различных значениях ξ_0 может быть легко найдено решением на ЭВМ обыкновенных уравнений (6). Это решение имеет первый максимум при $t \sim \tau_d \simeq (\tau_{SF}/4) \ln^2(1/|\rho(0)|)$. Из требования $\tau_d \gg t_{min}$ имеем условие на длину образца, при котором сшивка линейного решения с автомодельным имеет место при всех x

$$2\gamma L/c \ll \sqrt{\ln N}. \quad (8)$$

Мы произвели сравнение автомодельного импульса с импульсом, наблюдавшимся в эксперименте ¹. Параметр ξ_0 можно определить по наблюдаемому в эксперименте времени задержки первого импульса τ_d по формуле

$$|\xi_0|^2 \simeq 4\pi^3 \left(\frac{\tau_d}{\tau_{SF}} \right)^{1/2} \exp \left(-4 \left(\frac{\tau_d}{\tau_{SF}} \right)^{1/2} \right)$$

выведенной с логарифмической точностью. Отношение параметров τ_d/t_{min} было порядка 20 при этом рассчитанная на ЭВМ форма импульса обнаружила хорошее совпадение с экспериментальной (рис. 1) в области первого максимума. Ухудшение совпадения при больших t связано, по-видимому с учетом неоднородного уширения линии и дифракционных потерь.

Итак, можно считать установленным, что при наших предположениях результатом развития процесса суперфлуоресценции является формирование автомодельного импульса с некоторым (малым) значением параметра ξ_0 , определяемым флуктуациями поляризации на одном из концов образца.

При любом t каждому значению автомодельной переменной соответствуют два значения координаты x . При $t \rightarrow \infty$ одна из них распространяется вперед со скоростью, приближающейся к скорости света, вторая распространяется назад по закону $x = \xi_0/4t$, так что автомодельное решение описывает "волну разгрузки", имеющую движущиеся в разные стороны передний и задний фронты. При наших предположениях (8) о длине образца, внутри него помещается только задний фронт, групповая скорость которого противоположна фазовой. В этом смысле ситуация в случае суперфлуоресценции противоположна ситуации в усилите-

ле ⁷, где также формируется квазиавтомодельное решение, но главную роль играет его передний фронт.

Последнее обстоятельство объясняет возможность пользоваться волнами, бегущими в одну сторону. При одновременном "зажигании" образца с двух концов формируются идущие навстречу друг другу волны разгрузки, слабо взаимодействующие до тех пор пока не произойдет столкновение областей в которых заселенность среды меняет знак после чего излучение из образца быстро прекращается. Заметим еще, что одновременное зажигание с двух концов достаточно маловероятно, так как дисперсия индивидуального времени задержки (см. ²) имеет тот же порядок, что и это время.

Вывод об автомодельном характере суперфлуоресцентного импульса может быть дополнительно обоснован при помощи метода обратной задачи рассеяния (МОЗР). Схема МОЗР, позволяющая, в том числе и при учете неоднородного уширения, решить смешанную краевую задачу для суперфлуоресценции, будет опубликована в другом месте.

В заключение авторы благодарят С.И.Анисимова, А.П.Казанцева, Е.Д.Трифонову за полезные обсуждения.

Литература

1. Gibbs H.H., Vreken Q.H.F., Hiksloops H.M.J. Phys. Rev. Lett., 1977, 39, 547.
2. Haake F., Hans J.W., King H., Schröder G., Glauber R. Phys. Rev., 1981, A23, 1322.
3. Polder D., Schuurmans M.F.H., Vreken Q.H.F. Phys. Rev. 1979, A 19, 1192.
4. Burnham D.C., Chiao R.Y. Phys. Rev. 1969, 188, 667.
5. Lamb G.L. Phys. Lett., 1969, 29A, 507.
6. Захаров В.Е. Письма в ЖЭТФ, 1980, 32, 603.
7. Манаков С.В. ЖЭТФ, 1982, 83, 68.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
7 декабря 1982 г.
После переработки
11 декабря 1983 г.