

ДОМЕНЫ ПОЛЯРИЗАЦИИ В НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИКЕ

В.Е.Захаров, А.В.Михайлов

При встречном распространении электромагнитных волн в зеркальносимметричной среде с кубической нелинейностью вдоль оси четвертого порядка в пренебрежении оптическим керровским самодействием найдены устойчивые (основные) состояния поляризации. Показано, что эволюция произвольной начальной поляризации приводит к появлению "доменной структуры". Найдены явные решения, описывающие доменные стенки.

Рассмотрим две квазимонохроматические электромагнитные волны с характерными частотами $\omega^\pm$ и комплексными огибающими $E^\pm(x, t)$, распространяющиеся навстречу друг другу с групповыми скоростями $v_\pm$ в анизотропной (вдоль оси четвертого порядка) или изотропной среде с кубической нелинейностью. Наиболее сильным нелинейным эффектом является взаимная перестройка поляризаций этих волн. Статическая задача о пространственной эволюции поляризаций обсуждалась в работах ¹⁻³. В этой работе мы покажем, что в пренебрежении керровским самодействием волн задачу в общей нестационарной постановке можно решить точно — она сводится к интегрируемой системе анизотропного кирального поля на группе $O(3)$. Это, в частности, означает, что асимптотика произвольного начального состояния поляризаций будет иметь "доменную" структуру, где доменами являются области с различными устойчивыми статическими состояниями, реализующими минимумы гамильтониана, а доменные стенки, размер и скорость которых зависит от амплитуд падающих волн и констант нелинейного взаимодействия, это области переключения, поляризаций. Ясно, что эта доменная структура сохранится, если учесть затухание волн или другие нелинейности, не разрушающие свойство вырожденности дискретного набора минимумов гамильтониана.

Полагая $E^\pm(x, t) = E_y^\pm j + E_z^\pm k$, запишем общий феноменологический гамильтониан взаимодействия в виде $H_{int} = H^+ + H^- + \hat{H}$ где

$$H^\pm = \frac{1}{2} \int dx \{ \beta_1^\pm |E^\pm|^4 + \beta_2^\pm (|E_y^\pm|^4 + |E_z^\pm|^4) + \beta_3^\pm [(E_y^\pm)^2 (E_z^\pm)^2 + \text{к.с.}] \},$$

$$\begin{aligned} \hat{H} = \int dx [& \gamma_1 |E^+|^2 |E^-|^2 + \gamma_2 (|E_y^+|^2 |E_z^-|^2 + |E_z^+|^2 |E_y^-|^2) + \\ & + \gamma_3 (E_y^+ E_z^- * E_y^- E_z^+ + \text{к.с.}) + \gamma_4 (E_y^+ E_z^+ * E_y^- E_z^- + \text{к.с.})]. \end{aligned}$$

Система уравнений движения $\partial_t E^\pm \pm v_\pm \partial_x E^\pm = i \delta H_{int} / \delta E^\pm *$ после перехода к квадратичным по полям вещественным переменным

$$S_0^\pm = |E^\pm|^2, \quad S^\pm = (E_y^\pm * E_z^\pm + \text{к.с.}, iE_y^\pm * E_z^\pm + \text{к.с.}, |E_y^\pm|^2 - |E_z^\pm|^2) \quad (1)$$

принимает вид $\partial_{\xi} S_0^+ = 0, \partial_{\eta} S_0^- = 0$,

$$\partial_{\xi} S^+ = S^+ \times (J_+ S^+ + J S^-), \quad -\partial_{\eta} S^- = S^- \times (J_- S^- + J S^+), \quad (2)$$

где $\partial_{\xi} = \partial_t + v_+ \partial_x$, $\partial_{\eta} = -\partial_t + v_- \partial_x$, $J_{\pm} = \text{diag}(-\beta_3^{\pm}, \beta_3^{\pm}, -\beta_2^{\pm})$, $J = \text{diag}(-\gamma_3 - \gamma_4, \gamma_3 - \gamma_4, \gamma_2)$. Взаимодействия с константами $\beta_1^{\pm}$, γ_1 несущественны — они приводят лишь к нелинейной поправке к изотропной части коэффициента преломления и автоматически исключаются в переменных (1). Отметим, что в изотропной среде

$$\beta_2^{\pm} = \beta_3^{\pm}, \quad \gamma_2 = -\gamma_3 - \gamma_4. \quad (3)$$

Далее мы ограничимся рассмотрением ситуации, когда можно пренебречь оптическим керровским самодействием волн E^+ , E^- по сравнению с их взаимодействием, т.е. будем считать, что $|E^+|^2 |E^-|^2 \parallel J \parallel \gg |E^{\pm}|^4 \parallel J_{\pm} \parallel$. Она осуществляется, когда разность частот $\omega^+ - \omega^-$ близка к какой-нибудь собственной частоте среды⁴. При этом система уравнений (2) упрощается и совпадает с известной интегрируемой методом обратной задачи моделью анизотропного кирального поля на группе $O(3)$ ^{5,6}:

$$\partial_{\xi} S^+ = S^+ \times J S^-, \quad -\partial_{\eta} S^- = S^- \times J S^+, \quad J = \text{diag}(J_1, J_2, J_3). \quad (4)$$

Статическим состояниям отвечают постоянные векторы S^+ , S^- направленные вдоль одной из главных осей тензора J . Вначале будем считать, что $J_a^2 \neq J_b^2$ при $a \neq b$. Анализ закона дисперсии малых колебаний вблизи каждого из этих состояний равновесия показывает, что устойчивым является только то, в котором оба вектора S^+ , S^- ориентированы вдоль главной оси e_a тензора J_a с наименьшим квадратом собственного значения ($J_a^2 < J_b^2, J_c^2$), причем эти векторы направлены параллельно, если $J_b J_c > 0$ и антипараллельно если произведение $J_b J_c$ отрицательно. Параллельным векторам $S^{\pm}$ отвечают одинаковые поляризации волн E^+ , а антипараллельным — ортогональные поляризации, т.е. $(E^{++}, E^-) = 0$. Пары устойчивых состояний поляризаций полей E^+ , E^- — при различных соотношениях между константами взаимодействия приведены в таблице. Волны стремятся придти в эти энергетически наиболее выгодные состояния, т.е. происходит их самополяризация. Здесь ситуация вполне аналогична теории ферромагнетизма, где спины стремятся выстроиться по наиболее выгодной оси анизотропии.

	$J_1^2 < J_2^2, J_3^2$		$J_2^2 < J_1^2, J_3^2$		$J_3^2 < J_1^2, J_2^2$	
	$J_2 J_3 > 0$	$J_2 J_3 < 0$	$J_1 J_3 > 0$	$J_1 J_3 < 0$	$J_1 J_2 > 0$	$J_1 J_2 < 0$
I			(+)(+)	(+)(-)	— —	—
II			(-)(-)	(-)(+)		—

($\pm$) обозначает положительную или отрицательную круговую поляризацию, черта отражает ориентацию линейной поляризации в плоскости (y, z) . В начале указана поляризация волны E^+ затем E^- .

И также как в ферромагнетиках здесь существуют доменные стенки, описывающие переход из одного устойчивого состояния в другое. Например в случае $J_1^2 > J_2^2 > J_3^2, J_1 J_2 > 0$ эта стенка имеет вид

$$S^+ = (a \sin \varphi / \text{ch } X, a \cos \varphi / \text{ch } X, a \text{ th } X),$$

$$S^- = (b \sin \psi / \text{ch } X, b \cos \psi / \text{ch } X, b \text{ th } X), \quad (5)$$

$$X = \frac{p b v_- + q a v_+}{v_+ v_-} \left[x - \frac{(q a - p b) v_+ v_-}{(v_+ q a + v_- p b)} t - x_0 \right],$$

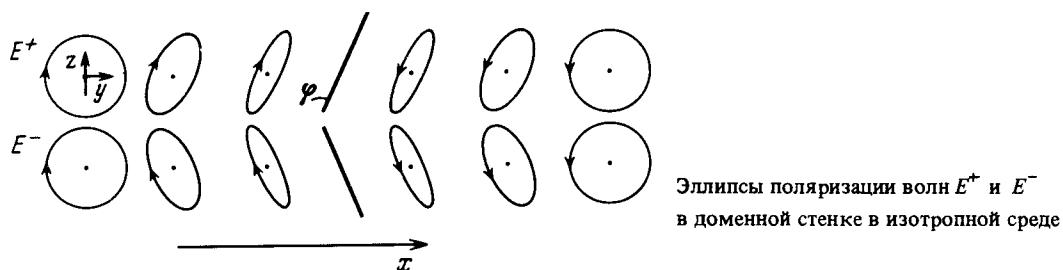
где x_0, a, b — произвольные константы, а постоянные параметры p, q, φ, ψ связаны тремя соотношениями:

$$p + q = (J_1 + J_2) \sin(\varphi - \psi), \quad p - q = (J_2 - J_1) \sin(\varphi + \psi), \quad (6)$$

$$J_3 = J_2 \cos \varphi \cos \psi + J_1 \sin \varphi \sin \psi.$$

Таким образом при заданных интенсивностях волн и x_0 имеется однопараметрическое семейство решений в виде доменной стенки.

Система уравнений (4) и модель Ландау и Лифшица, описывающая двухосный ферромагнетик, интегрируются с помощью одной и той же линейной спектральной задачей (ср. ^{5,7}). Поэтому все результаты полученные для магнетиков без труда переносятся на наш случай. Можно, например, выписать точные N -солитонные и конечнозонные периодические решения. Исследовать взаимодействия доменных стенок с пакетами волн поляризации (аналогом спиновых волн) и т.д. Отметим, что устойчивость доменов поляризации имеет топологическую природу, а необходимые для их наблюдения мощности излучения и размеры образцов лежат в экспериментально достижимой области параметров.



Проанализируем подробнее структуру доменов в изотропных средах. В этом случае имеет место вырождение собственных значений тензора J (3). Если $J_1^2 = J_3^2 > J_2^2$, то основными состояниями гамильтониана $\hat{H}$ являются одинаковые положительные или отрицательные круговые поляризации полей $E^\pm$. Доменная стенка, связывает состояния с противоположной круговой поляризацией (рис. 1). В толще стенки поляризации обеих волн являются эллиптическими, а в самом центре — линейными. Отношения малой ($b_2^\pm$) к большой ($b_1^\pm$) оси эллипса поляризации обеих волн совпадают и имеют вид

$$\frac{b_2^\pm}{b_1^\pm} = \text{th} \left[\sqrt{\gamma_3 \gamma_4} (|E^+|^2 + |E^-|^2) \left(x - \frac{|E^+|^2 - |E^-|^2}{|E^+|^2 + |E^-|^2} t - x_0 \right) \right]. \quad (7)$$

(Здесь для простоты мы положили $v_\pm = 1$.) Во всей толще доменной стенки эллипсы поляризации обеих волн не меняют своей ориентации. Их большие оси развернуты по отношению друг к другу на угол $\varphi = \pm \frac{1}{2} \arctg [2\sqrt{\gamma_3 \gamma_4} / |\gamma_3 - \gamma_4|]$. Ориентация эллипса поляризации одного из полей является произвольной, как это и должно быть в изотропной среде. Отметим, что скорость доменной стенки в этом случае полностью определяется интенсивностями волн E^+, E^- и при равных интенсивностях она обращается в нуль.

При обратном неравенстве $J_1^2 = J_3^2 < J_2^2$ гамильтониан является бесконечнократно вырожденным, в основном состоянии поля $E^\pm$ одинаково линейно поляризованы, а ориентация направления поляризации в плоскости (y, z) является произвольной. В теории ферромагнетизма первому случаю отвечает анизотропия типа "легкая ось", а второму — типа "легкая плоскость". Случай $J_1 = J_2 = J_3$ (приводящий к модели главного кирального поля ⁸) является еще более вырожденным — произвольная одинаковая поляризация волн $E^\pm$ является безразлично устойчивой. Отметим, что он реализуется в плазме при $\omega^\pm \gg \omega_p$.

Литература

1. *Kaplan A.E.* Opt. Lett., 1983, 8, 560.
2. *Yumoto J., Otsuka K.* Phys. Rev. Lett., 1985, 54, 1806.
3. *Gregori G., Wabnitz S.* Phys. Rev. Lett., 1986, 56, 600.
4. *Ахманов С.А., Коротеев Н.И.* Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света. М.: Наука, 1981, с. 139.
5. *Чередник И.В.* ТМФ, 1981, 47, 537.
6. *Борисов А.Б., Киселев В.В.* ТМФ, 1983, 54, 246.
7. *Склянин Е.К.* Сб. "Современные проблемы теории магнетизма", Киев, Наукова Думка, 1986, с. 12.
8. *Захаров В.Е., Михайлов А.В.* ЖЭТФ, 1978, 74, 1953.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
3 февраля 1987 г.